УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Отчет по лабораторной работе №3

по предмету «Численные методы»

Вариант 14

Выполнил:

Наривончик А.М.

Гр. 351004

Проверил:

Степанова Т. С.

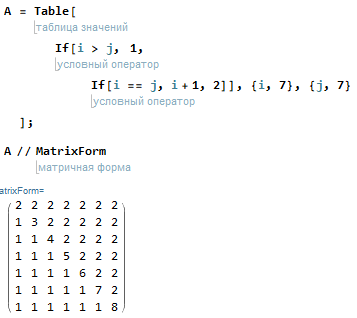
Минск 2024

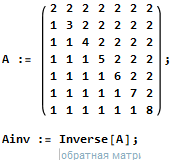
**Решение систем линейных алгебраических уравнений**

1. Даны матрицы A (aij) = и B = (bi), i =1,7 ; j =1,7. Используя средства пакета **Mathematica** (функции **Norm, Inverse, LinearSolve**):

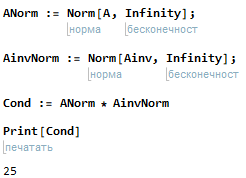
а) найти число обусловленности матрицы A в норме-максимум || ⋅ ||∞ :

Зададим матрицу А и обратную:



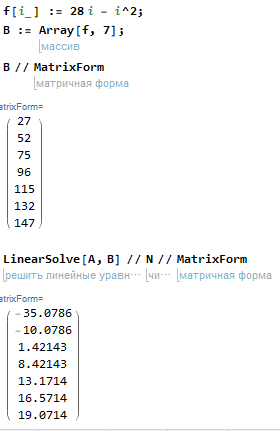


С помощью функции **Norm** вычислим норму максимум для матрицы А и для ее обратной матрицы, а затем вычислим число обусловленности, как их произведение.



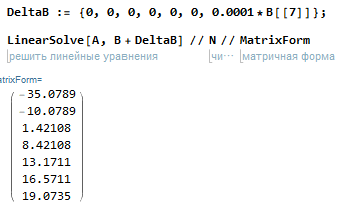
б) Решить точную систему линейных уравнений AX = B;

Зададим еще и матрицу В, а затем с помощью **LinearSolve** найдём решение:

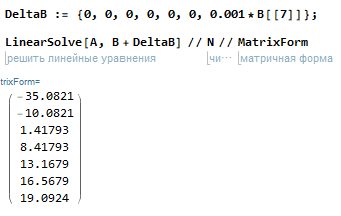


в) Зададим последовательно вектор-столбец DeltaB в трёх разных случаях, где в DeltaB последнее значение составляет соответственно 0.01%, 0.1% и 1% от последнего элемента столбца свободных членов исходной системы, а затем вычислим решение с помощью **LinearSolve**:

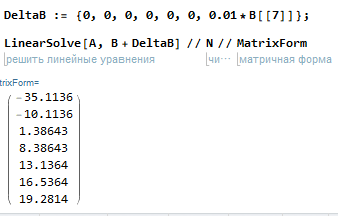
Для 0.01%



Для 0.1%



Для 1%

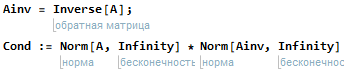


г) Прогнозируемую погрешность в каждом из 3 случаев найдем по формуле:

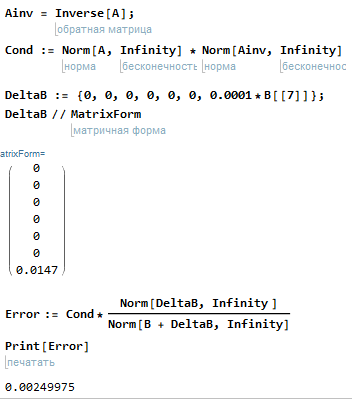




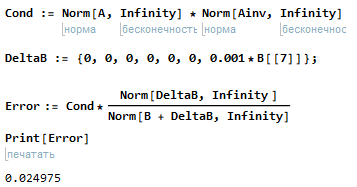
Где дельта икс – искомая прогнозируемая предельная погрешность решения возмущенной системы.



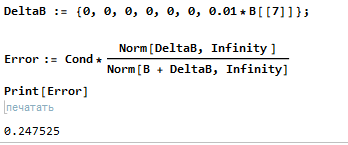
Для 0.01%



Для 0.1%



Для 1%

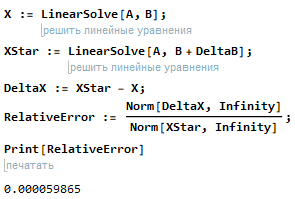


д) Для анализа реакции решения на «возмущение» правой части системы найдем вектор ошибки ΔX = X\*− X, затем найдём относительную погрешность решения в норме-максимуме по формуле:



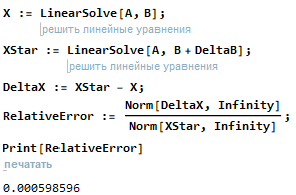
Для 0.01%:





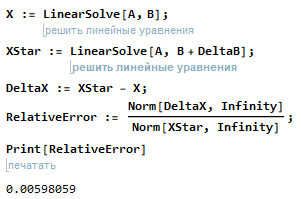
Для 0.1%:



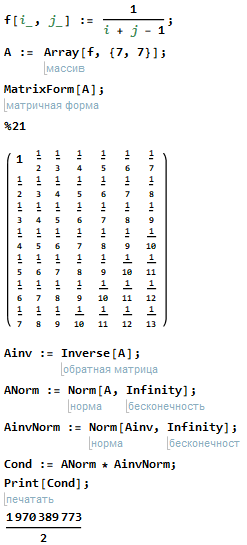


Для 1%:

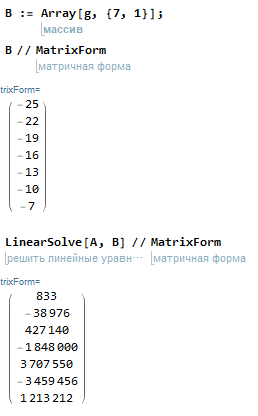
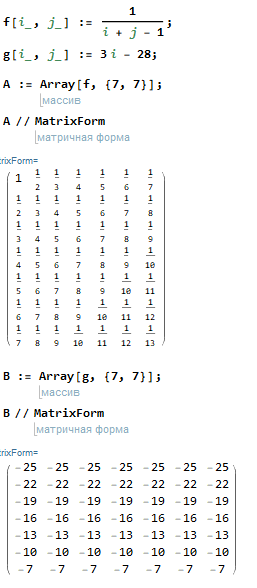




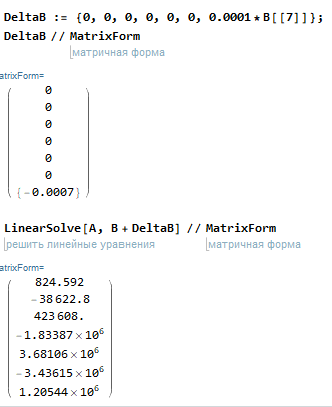
Аналогично для другого случая:

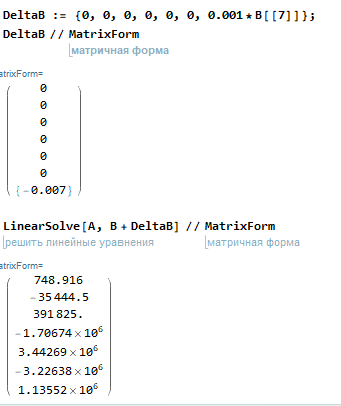


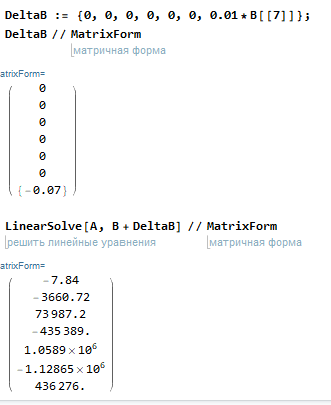
б) Зададим матрицу А и матрицу В, а затем с помощью **LinearSolve**



в) Зададим последовательно вектор-столбец DeltaB в трёх разных случаях, где в DeltaB последнее значение составляет соответственно 0.01%, 0.1% и 1% от последнего значения правой части исходной системы, а затем вычислим решение с помощью **LinearSolve**:





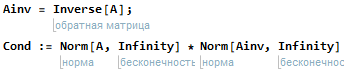


г) Прогнозируемую погрешность в каждом из 3 случаев найдем по формуле:

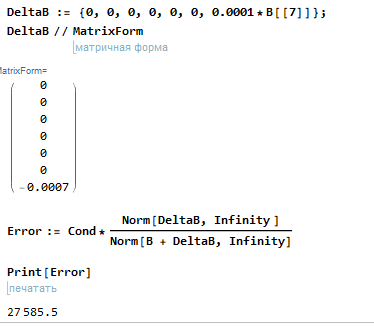




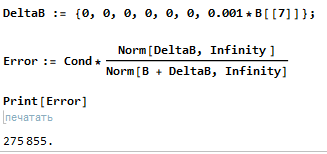
Где дельта икс – прелельная погрешность решения возмущенной системы.



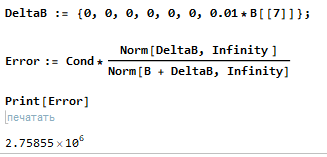
Для 0.01%:



Для 0.1%:



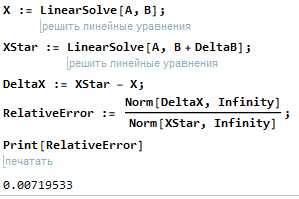
Для 1%:



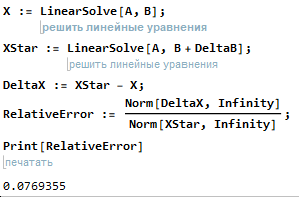
д) Для анализа реакции решения на «возмущение» правой части системы найдем вектор ошибки ΔX = X\*− X, затем найдём относительную погрешность решения в норме-максимуме по формуле:



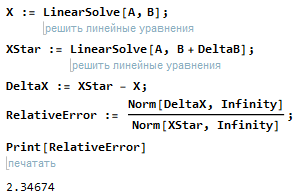
Для 0.01%:



Для 0.1%:



Для 1%:

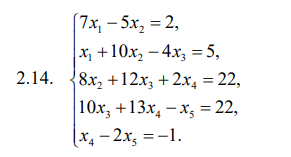


В обоих случаях видно, что относительная погрешность возрастает вместе с величиной возмущения системы. Так же видно, что для плохо обусловленной системы уравнений (большое число обусловленности cond) эта погрешность на несколько порядков больше, и возрастает стремительнее.

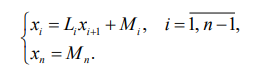
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число обусловленности | 25 |  |
| 0.01% | 0.0060% | 0.72% |
| 0.1% | 0.060% | 7.7% |
| 1% | 0.60% | 235% |

Таблица зависимости относительной погрешности решения от числа обусловленности и величины возмущения

1. Решить методом прогонки трехдиагональную систему, составить таблицу прогоночных коэффициентов Li, Mi, i =1, 5.

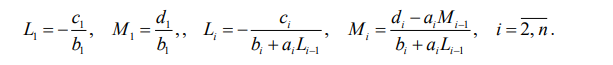


Первый шаг – прямая прогонка. Необходимо привести систему уравнений к виду, когда ненулевые элементы находятся только на главной диагонали матрицы и над ней, а именно:

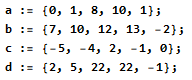


L, M – прогоночные коэффициенты.

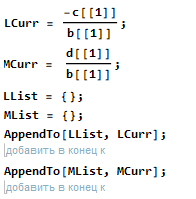
Расчётные формулы:



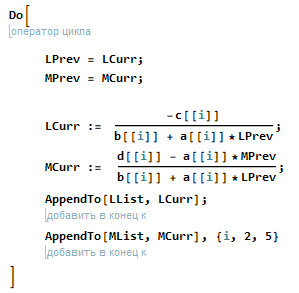
Зададим массивы коэффициентов для рассчётных формул:



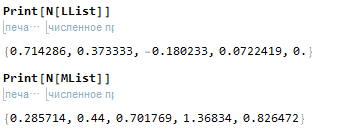
Зададим L1 и M1 и поместим их в соответствующий список прогоночных коэффициентов под номером 1.



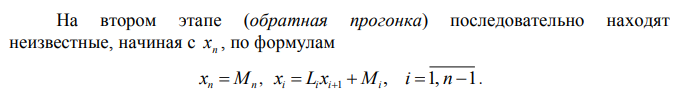
Затем вычислим все остальные прогоночные коэффициенты и поместим их в список под номерами 2-5:

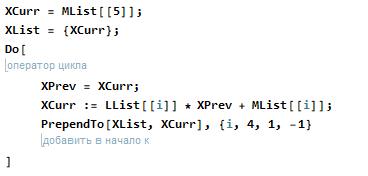


Полученные списки:

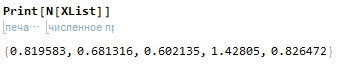


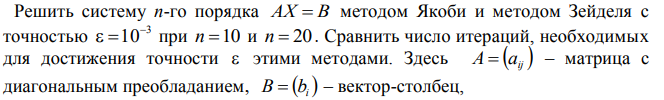
Второй шаг – обратная прогонка - последовательно находим все корни по формулам:



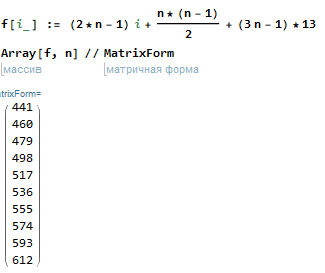
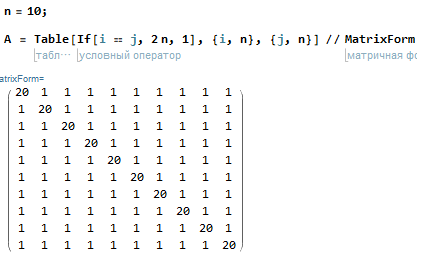


Полученный XList – и есть вектор решений системы уравнений:





Зададим матрицы А и матрицу В:

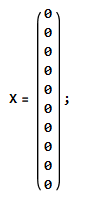


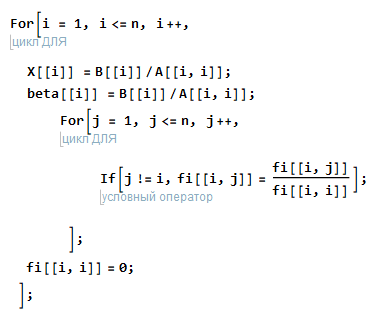
Матрица А – матрица с диагональным преобладанием, поэтому метод Якоби будет сходиться при любом начальном приближении.

Преобразуем систему уравнений, приводя ее к виду: 

Для этого инициализируем матрицу фи, вектор бета и первое приближение Х:

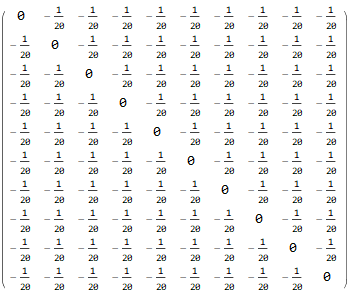




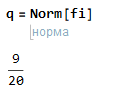




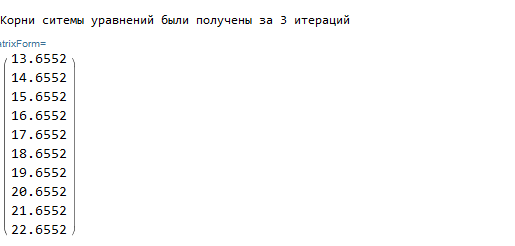
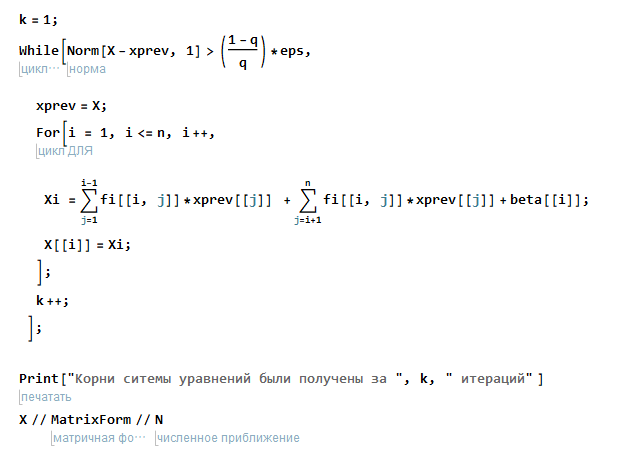
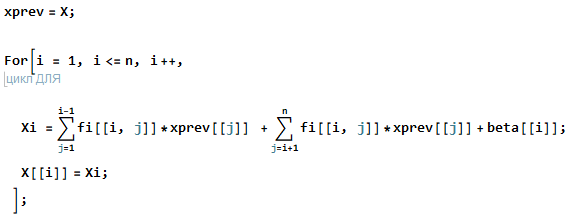




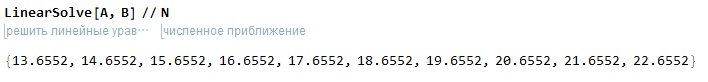
Вычислим норму матрицы фи:



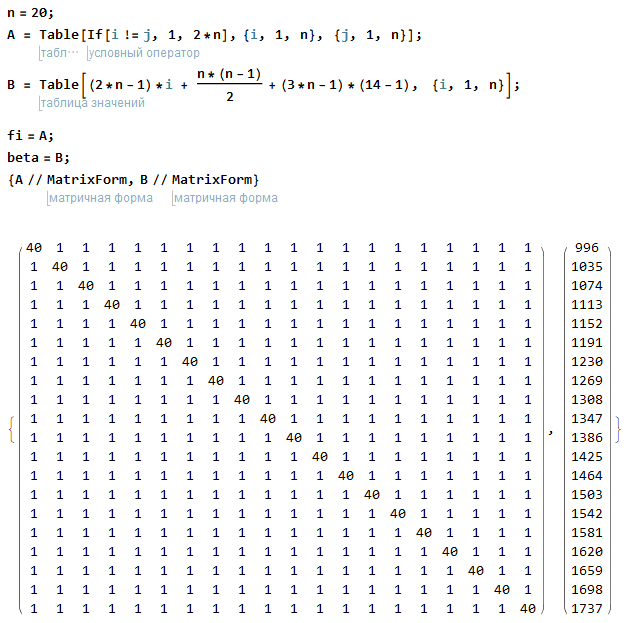
Вычислим решение системы:

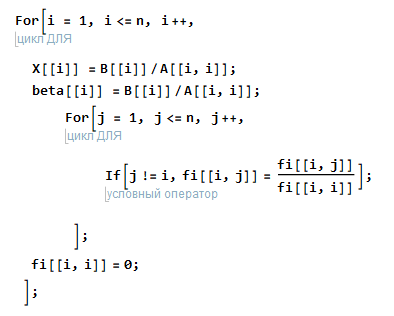


Для проверки решим систему с помощью **LineareSolve**

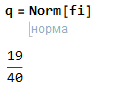


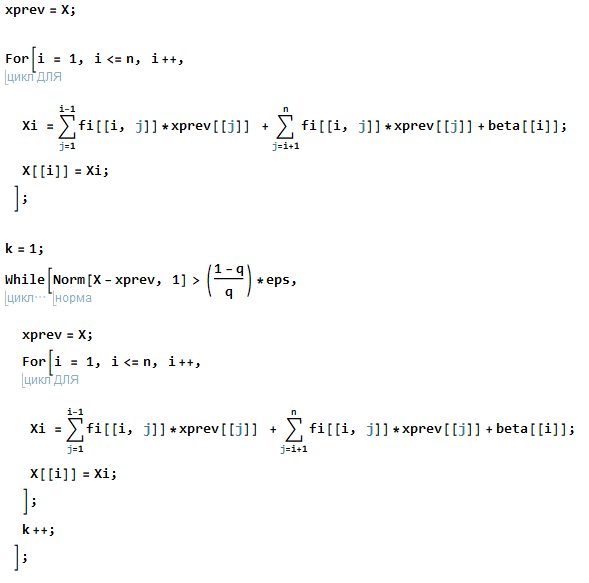
Аналогично решим систему методом Якоби для n = 20:

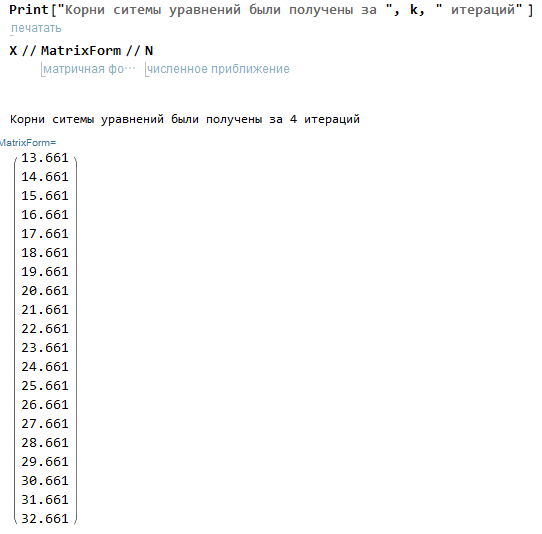


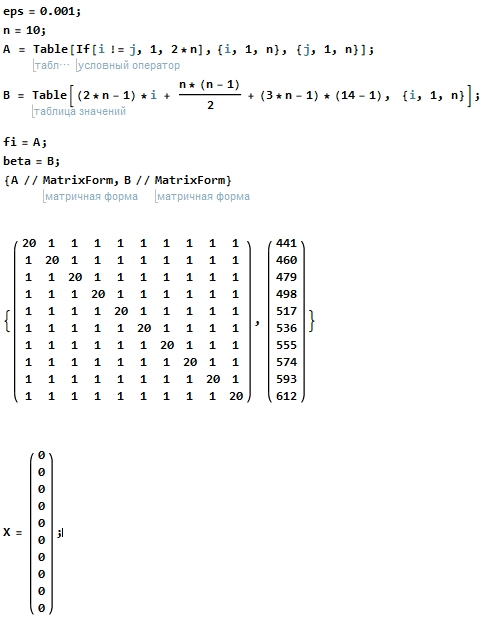




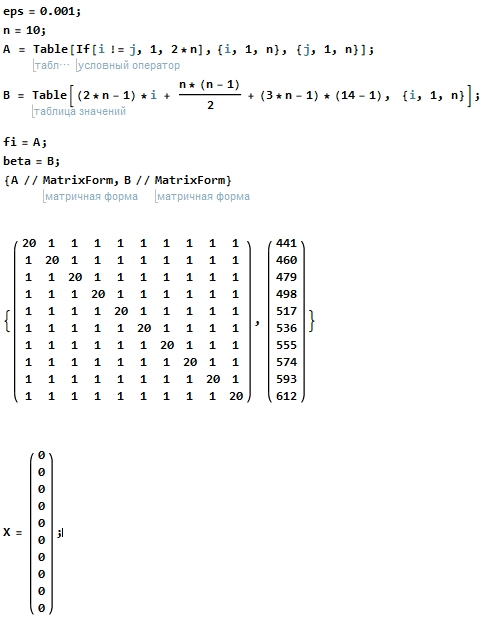


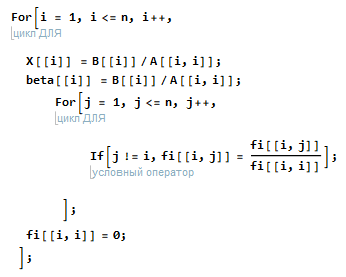


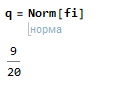


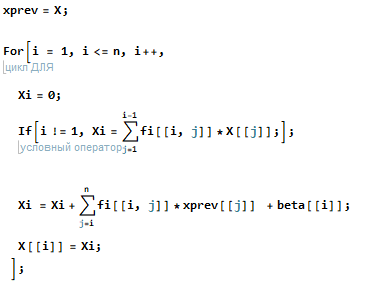
Метод Зейделя – модификация метода Якоби, поэтому условия сходимости у них одинаковы.

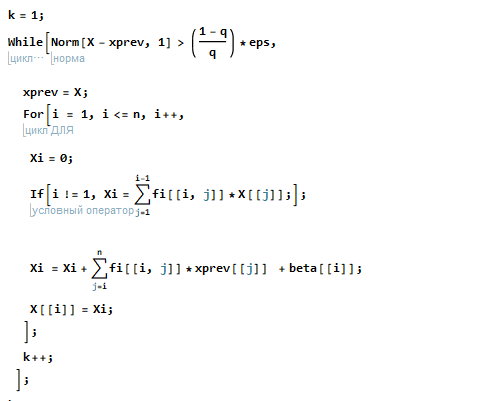
Для n = 10:

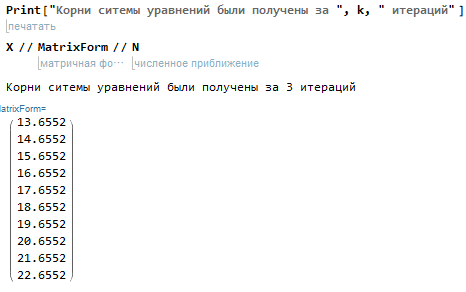












Для n = 20:

